नामांक Roll No.

Sl.No. :

No. of Questions – 30
No. of Printed Pages – 11

SS–15–Mathematics

उच्च माध्यमिक परीक्षा, 2018

SENIOR SECONDARY EXAMINATION, 2018

गणित

MATHEMATICS

समय : 3¼ घण्टे

पूर्णांक : 80

Tear Here

प्रश्न पत्र को खोलने के लिए यहाँ फाड़ें
TEAR HERE TO OPEN THE QUESTION PAPER

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश :
GENERAL INSTRUCTIONS TO THE EXAMINEES :

1) **परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्न पत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें ।**

   Candidate must write first his/her Roll No. on the question paper compulsorily.

2) **सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं ।**

   All the questions are compulsory.

3) **प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर–पुस्तिका में ही लिखें ।**

   Write the answer to each question in the given answer-book only.

4) **जिन प्रश्नों में आन्तरिक खण्ड हैं, उन सभी के उत्तर एक साथ ही लिखें।**

   For questions having more than one part, the answers to those parts are to be written together in continuity.

यहाँ से काटिए

5) प्रश्न पत्र के हिन्दी व अंग्रेजी रूपान्तर में किसी प्रकार की त्रुटि / अन्तर / विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही मानें।

If there is any error / difference / contradiction in Hindi & English versions of the question paper, the question of Hindi version should be treated valid.

6)

खण्ड	प्रश्न संख्या	अंक प्रत्येक प्रश्न
अ	1 - 10	1
ब	11 - 15	2
स	16 - 25	3
द	26 - 30	6

Section	**Q. Nos.**	**Marks per question**
A	1 - 10	1
B	11 - 15	2
C	16 - 25	3
D	26 - 30	6

7) प्रश्न संख्या **16, 21, 24, 28** और **30** में आन्तरिक विकल्प हैं। इन प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प करना है।

There are internal choices in Q. Nos. **16, 21, 24, 28** and **30**. You have to attempt only one of the alternatives in these questions.

8) प्रश्न संख्या **25** का लेखाचित्र ग्राफ पेपर पर बनाना है।

Draw the graph of Q. No. **25** on the graph paper.

खण्ड – अ

SECTION - A

1) यदि $f: R \to R$, $f(x) = x^2 - 5x + 7$ हो, तो $f^{-1}(1)$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $f: R \to R$, $f(x) = x^2 - 5x + 7$, then find the value of $f^{-1}(1)$.

2) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+2\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+2\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$.

3) A ज्ञात कीजिए, यदि $2A-\begin{bmatrix}3 & -1\\ 1 & 2\\ 0 & 5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 5\\ 3 & 2\\ 0 & 1\end{bmatrix}$.

Find A, if $2A-\begin{bmatrix}3 & -1\\ 1 & 2\\ 0 & 5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 5\\ 3 & 2\\ 0 & 1\end{bmatrix}$.

4) यदि $A=\begin{bmatrix}3 & 4\\ 1 & 2\end{bmatrix}$ हो, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए।

If $A=\begin{bmatrix}3 & 4\\ 1 & 2\end{bmatrix}$, then find A^{-1}.

5) $\int x e^x \, dx$ ज्ञात कीजिए।

Find $\int x e^x \, dx$.

6) सदिश $\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ के अनुदिश एक ऐसा सदिश ज्ञात कीजिए जिसका परिमाण 5 इकाई है।

Find a vector of magnitude 5 units along the vector $\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$.

7) सदिश $\hat{i} - \hat{j}$ का सदिश $\hat{i} + \hat{j}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए।

Find the projection of the vector $\hat{i} - \hat{j}$ on the vector $\hat{i} + \hat{j}$.

8) रेखा $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}$ की दिक् कोसाइन ज्ञात कीजिए।

Find the direction cosines of the line $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}$.

9) निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत सुसंगत क्षेत्र उत्तर पुस्तिका में दर्शाइए।

$2x + y \le 6; \quad x \ge 0; \quad y \ge 0$

Show the region of feasible solution under the following constraints

$2x + y \le 6; \quad x \ge 0; \quad y \ge 0$.

10) यदि A और B दो स्वतंत्र घटनाए है, तथा P(A) = 0.2 और P(B) = 0.5 तब $P(A \cup B)$ का मान ज्ञात कीजिए।

If A and B are two independent events with P(A) = 0.2 and P(B) = 0.5 then find the value of $P(A \cup B)$.

खण्ड – ब

SECTION - B

11) यदि $f : R \to R$ और $g : R \to R$ इस प्रकार परिभाषित है कि $f(x) = x^2 + 3;\ g(x) = 1 - \frac{1}{(1-x)}$ तो $gof(x)$ और $fog(x)$ ज्ञात कीजिए।

If $f : R \to R$ and $g : R \to R$, are defined such that $f(x) = x^2 + 3;\ g(x) = 1 - \frac{1}{(1-x)}$ then find $gof(x)$ and $fog(x)$.

12) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ हो तो $2A^2 - 3B$ ज्ञात कीजिए।

If $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ then find $2A^2 - 3B$.

13) फलन $f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{1/x}}{1+e^{1/x}}; & x \neq 0 \\ 0 \quad ; & x = 0 \end{cases}$ का $x = 0$ पर सांतत्य का परीक्षण कीजिए।

Examine the continuity of function f defined by

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{1/x}}{1+e^{1/x}}; & x \neq 0 \\ 0 \quad ; & x = 0 \end{cases} \text{ at } x = 0.$$

14) $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x}-\sqrt{x}}$ ज्ञात कीजिए।

Find $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x}-\sqrt{x}}$.

15) सदिशों $2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ तथा $3\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$ का सदिश गुणनफल ज्ञात कीजिए।

Find the vector product of the vectors $2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ and $3\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$.

खण्ड – स

SECTION - C

16) समीकरण $\cos^{-1}x+\cos^{-1}2x=\frac{2\pi}{3}$ को हल कीजिए।

अथवा

समीकरण $\sec^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)-\sec^{-1}\left(\frac{x}{b}\right)=\sec^{-1}b-\sec^{-1}a$ को हल कीजिए।

Solve the equation $\cos^{-1}x+\cos^{-1}2x=\frac{2\pi}{3}$.

OR

Solve the equation $\sec^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)-\sec^{-1}\left(\frac{x}{b}\right)=\sec^{-1}b-\sec^{-1}a$.

17) सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix} = (5x+4)(x-4)^2$.

Prove that $\begin{vmatrix} x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix} = (5x+4)(x-4)^2$.

18) क्रेमर नियम का प्रयोग कर निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल कीजिए:

$5x - 4y = 7$

$x + 3y = 9$

Solve the following system of equations by using Cramer's rule.

$5x - 4y = 7$

$x + 3y = 9$

19) अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें $f(x) = \sin x + \cos x;\ 0 \le x \le 2\pi$ से प्रदत्त फलन f

a) निरंतर वर्धमान है

b) निरंतर ह्रासमान है

Find the intervals in which the function f given by $f(x) = \sin x + \cos x;\ 0 \le x \le 2\pi$ is

a) Strictly increasing.

b) Strictly decreasing.

20) सिद्ध कीजिए कि फलन $\frac{x}{1+x\tan x}$ का मान $x = \cos x$ पर उच्चिष्ठ है।

Prove that the value of function $\frac{x}{1+x\tan x}$ is maximum at $x = \cos x$.

21) $\int \frac{1}{\sqrt{(5x-6-x^2)}}dx$ ज्ञात कीजिए।

अथवा

$\int \frac{dx}{x\left[6(\log x)^2 + 7\log x + 2\right]}$ ज्ञात कीजिए।

Find $\int \frac{1}{\sqrt{(5x-6-x^2)}}dx$.

OR

Find $\int \frac{dx}{x\left[6(\log x)^2 + 7\log x + 2\right]}$.

22) वृत $x^2 + y^2 = 1$ तथा वक्र $y = |x|$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area bounded by curves $x^2 + y^2 = 1$ and $y = |x|$.

23) परवलयों $y^2 = 4x$ तथा $x^2 = 4y$ के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the region bounded by the parabolas $y^2 = 4x$ and $x^2 = 4y$.

24) किसी सदिश $\vec{a}$ के लिए सिद्ध कीजिए कि $\left|\vec{a}\times\hat{i}\right|^2+\left|\vec{a}\times\hat{j}\right|^2+\left|\vec{a}\times\hat{k}\right|^2=2|a|^2$

अथवा

किसी सदिश $\vec{a}$ के लिए सिद्ध कीजिए कि $\vec{a}=\left(\vec{a}.\hat{i}\right)\hat{i}+\left(\vec{a}.\hat{j}\right)\hat{j}+\left(\vec{a}.\hat{k}\right)\hat{k}$

For any vector $\vec{a}$, prove that $\left|\vec{a}\times\hat{i}\right|^2+\left|\vec{a}\times\hat{j}\right|^2+\left|\vec{a}\times\hat{k}\right|^2=2|a|^2$.

OR

For any vector $\vec{a}$, prove that $\vec{a}=\left(\vec{a}.\hat{i}\right)\hat{i}+\left(\vec{a}.\hat{j}\right)\hat{j}+\left(\vec{a}.\hat{k}\right)\hat{k}$.

25) निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेखित विधि द्वारा हल कीजिए।

निम्नतम $z = 8000x + 12000y$

व्यवरोध $3x + 4y \leq 60$

$x + 3y \leq 30$

$x \geq 0,\ y \geq 0.$

By graphical method solve the following linear programming problem for

Minimum $z = 8000x + 12000y$

Constraints $3x + 4y \leq 60$

$x + 3y \leq 30$

$x \geq 0,\ y \geq 0.$

खण्ड – द

SECTION - D

26) $(\log x)^x + x^{\log x}$ का x के सापेक्ष अवकलन ज्ञात कीजिए।

Differentiate $(\log x)^x + x^{\log x}$ with respect to x.

27) सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\pi} \log_e(1+\cos x)dx = \pi \log_e\left(\frac{1}{2}\right)$

Prove that $\int_0^{\pi} \log_e(1+\cos x)dx = \pi \log_e\left(\frac{1}{2}\right)$.

28) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+1}{2x+2y+3}$ का हल ज्ञात कीजिए।

अथवा

अवकल समीकरण $(\tan^{-1}y - x)dy = (1+y^2)dx$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए यदि $x = 0$ तथा $y = 0$।

Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+1}{2x+2y+3}$.

OR

Find the particular solution of the differential equation $(\tan^{-1}y - x)dy = (1+y^2)dx$ if $x = 0$ and $y = 0$.

29) **सिद्ध कीजिए कि रेखाएँ $\vec{r}=\left(\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}\right)+\lambda\left(3\hat{i}-\hat{j}\right)$ और $\vec{r}=\left(4\hat{i}-\hat{k}\right)+\mu\left(2\hat{i}+3\hat{k}\right)$ प्रतिच्छेद करती है, प्रतिच्छेद बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।**

Prove that the lines $\vec{r}=\left(\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}\right)+\lambda\left(3\hat{i}-\hat{j}\right)$ and $\vec{r}=\left(4\hat{i}-\hat{k}\right)+\mu\left(2\hat{i}+3\hat{k}\right)$ are intersecting, also find the point of intersection.

30) **A थैले में 3 लाल और 4 काली गेंदे है जबकि B थैले में 4 लाल और 5 काली गेंदे है एक गेंद A थैले से B थैले में स्थानान्तरित की जाती है और तब एक गेंद को B थैले से निकाला जाता है निकाली गई गेंद लाल रंग की प्राप्त होती है इस बात की क्या प्रायिकता है कि स्थानांतरित गेंद काली है।**

अथवा

ताश के 52 पत्तों की एक अच्छी प्रकार से फेंटी गई गड्डी में से दो पत्ते उत्तरोत्तर प्रतिस्थापन के साथ निकाले जाते है। इक्कों की संख्या का प्रायिकता बंटन तथा माध्य ज्ञात कीजिए।

Bag A contains 3 red and 4 black balls and bag B contains 4 red and 5 black balls. One ball transferred from bag A to bag B and then a ball is drawn from bag B. The ball so drawn is found to be red in colour. Find the probability that the transferred ball is black.

OR

Two cards are drawn successively with replacement from a well-shuffled deck of 52 cards. Find the probability distribution and mean of the number of aces.

✈ ✈ ✈

DO NOT WRITE ANYTHING HERE