Sl.No. :

नामांक Roll No.

No. of Questions – 30

No. of Printed Pages – 11

SS–15–MATHEMATICS

उच्च माध्यमिक परीक्षा, 2016

SENIOR SECONDARY EXAMINATION, 2016

गणित

MATHEMATICS

समय : 3¼ घण्टे

पूर्णांक : 80

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश :

GENERAL INSTRUCTIONS TO THE EXAMINEES :

1) परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्न पत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें ।

Candidate must write first his / her Roll No. on the question paper compulsorily.

2) सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं ।

All the questions are compulsory.

3) प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर–पुस्तिका में ही लिखें ।

Write the answer to each question in the given answer-book only.

4) जिन प्रश्नों में आन्तरिक खण्ड हैं, उन सभी के उत्तर एक साथ ही लिखें।

For questions having more than one part the answers to those parts are to be written together in continuity.

Tear Here

प्रश्न पत्र को खोलने के लिए यहाँ फाड़ें
TEAR HERE TO OPEN THE QUESTION PAPER

यहाँ से काटिए

5) प्रश्न पत्र के हिन्दी व अंग्रेजी रूपान्तर में किसी प्रकार की त्रुटि / अन्तर / विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही मानें।

If there is any error / difference / contradiction in Hindi & English versions of the question paper, the question of Hindi version should be treated valid.

6)

खण्ड	प्रश्न संख्या	अंक प्रत्येक प्रश्न
अ	1 - 10	1
ब	11 - 25	3
स	26 - 30	5

Section	**Q. Nos.**	**Marks per question**
A	1 - 10	1
B	11 - 25	3
C	26 - 30	5

7) प्रश्न संख्या **11, 12, 15, 17, 29** और **30** में आन्तरिक विकल्प हैं। इन प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प करना है।

There are internal choices in Q. Nos. **11, 12, 15, 17, 29** and **30**. You have to attempt only one of the alternatives in these questions.

8) प्रश्न संख्या **23** का लेखाचित्र ग्राफ पेपर पर बनाना है।

Draw the graph of Q. No. **23** on the graph paper.

खण्ड – अ

SECTION - A

1) यदि $\tan^{-1}3+\cot^{-1}x=\frac{\pi}{2}$, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

Find x, if $\tan^{-1}3+\cot^{-1}x=\frac{\pi}{2}$.

2) एक ऐसे 2×2 आव्यूह $A=[a_{ij}]$ की रचना कीजिए, जिसके अवयव $a_{ij}=|-5i+2j|$ द्वारा दिये जाते है।

Construct a 2×2 matrix $A=[a_{ij}]$, whose elements are given by $a_{ij}=|-5i+2j|$.

3) यदि $[x \quad -3]\begin{bmatrix}2x\\6\end{bmatrix}=0$ है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

If $[x \quad -3]\begin{bmatrix}2x\\6\end{bmatrix}=0$, then find the value of x.

4) ज्ञात कीजिए $\int\frac{\tan x}{\cot x}dx$.

Find $\int\frac{\tan x}{\cot x}dx$.

5) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx}-\frac{y}{x}=0$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Find the general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx}-\frac{y}{x}=0$.

6) यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ और $\vec{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + \lambda\hat{k}$ इस प्रकार है कि $\vec{a} \parallel \vec{b}$, तो λ का मान ज्ञात कीजिए।

If $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ and $\vec{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + \lambda\hat{k}$ such that $\vec{a} \parallel \vec{b}$, find the value of λ.

7) सरल रेखा $\frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{z}{4}$ की दिक् कोसाइन ज्ञात कीजिए।

Find the direction cosine of the line $\frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{z}{4}$.

8) दो समतलों $\vec{r} \cdot (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) = 5$ और $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) = 7$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

Find the angle between planes $\vec{r} \cdot (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) = 5$ and $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) = 7$.

9) निम्न व्यवरोधों के अन्तर्गत सुसंगत हल क्षेत्र उत्तर पुस्तिका में दर्शाइए। $2x + y \geq 8,\ x \geq 0,\ y \geq 0$

Show the region of feasible solution under the following constraints $2x + y \geq 8,\ x \geq 0,\ y \geq 0$ in answer book.

10) यदि A और B स्वतंत्र घटनाएं है तथा P(A)= 0.2 और P(B)= 0.5 तब $P(A \cup B)$ का मान ज्ञात कीजिए।

If A and B are independent events with P(A)= 0.2 and P(B)= 0.5, then find the value of $P(A \cup B)$.

खण्ड – ब

SECTION - B

11) **सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R में $R = \{(a,b) : a \geq b\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R स्वतुल्य तथा सक्रामक है किंतु सममित नहीं है।**

अथवा

$f(x) = 2x + 3$ **द्वारा प्रदत्त फलन $f : R \to R$ पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि f व्युत्क्रमणीय है। f का प्रतिलोम फलन भी ज्ञात कीजिए।**

Prove that the relation R in set of real numbers R defined as $R = \{(a,b) : a \geq b\}$ is reflexive and transitive but not symmetric.

OR

Consider $f : R \to R$ given by $f(x) = 2x + 3$. Show that f is invertible. Find also the inverse of function f.

12) **सिद्ध कीजिए कि** $\tan^{-1}\left(\frac{2}{9}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$.

अथवा

समीकरण $2\tan^{-1}(\sin x) = \tan^{-1}(2\sec x), 0 < x < \pi/2$ **को हल कीजिए।**

Prove that $\tan^{-1}\left(\frac{2}{9}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$.

OR

Solve $2\tan^{-1}(\sin x) = \tan^{-1}(2\sec x), 0 < x < \pi/2$.

13) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & -2 \\ -1 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$ को एक सममित आव्यूह तथा एक विषम सममित आव्यूह के योगफल के रूप में व्यक्त कीजिए।

Express the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & -2 \\ -1 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrix.

14) K का मान ज्ञात कीजिए ताकि प्रदत्त फलन $x = \pi/2$ पर संतत हो

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{K\cos x}{\pi - 2x} & ; \ x \neq \pi/2 \\ 5 & ; \ x = \pi/2 \end{cases}$$

Find the value of K so that the function is continuous at the point $x = \pi/2$.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{K\cos x}{\pi - 2x} & ; \ x \neq \pi/2 \\ 5 & ; \ x = \pi/2 \end{cases}$$

15) अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें $f(x) = x^2 - 6x + 5$ से प्रदत्त फलन f

a) निरंतर वर्धमान है

b) निरंतर ह्रासमान है

अथवा

वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = 1$ के बिन्दु (1, 1) पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the intervals in which the function f given by $f(x) = x^2 - 6x+5$ is

a) Strictly increasing

b) Strictly decreasing

OR

Find the equation of the tangent to the curve $x^{2/3} + y^{2/3} = 1$ at the point (1, 1).

16) **एक वृत की त्रिज्या समान रूप से 5cm/s की दर से बढ़ रही है। ज्ञात कीजिए कि वृत का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है जब त्रिज्या 6cm हैं।**

The radius of a circle is increasing uniformly at the rate of 5cm/sec. Find the rate at which the area of the circle is increasing when the radius is 6cm.

17) **ज्ञात कीजिए** $\int \frac{(x-1)(x-\log x)^3}{x} dx$.

अथवा

ज्ञात कीजिए $\int \log(x^2+1) dx$.

Find $\int \frac{(x-1)(x-\log x)^3}{x} dx$.

OR

Find $\int \log(x^2+1) dx$.

18) **ज्ञात कीजिए** $\int \frac{1}{3x^2+6x+2} dx$.

Find $\int \frac{1}{3x^2+6x+2} dx$.

19) **परवलय** $y^2 = 4x$ **तथा सरल रेखा** $y = x$ **द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (उत्तर पुस्तिका में चित्र बनाइए)**

Find the area bounded by the parabola $y^2 = 4x$ and the straight line $y = x$. (Draw the figure in answer book)

20) **समाकलन का उपयोग करते हुए एक ऐसे त्रिकोणीय क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाओं के समीकरण** $y = x + 1$, $y = 2x + 1$ **एवं** $x = 2$ **हैं।**

(उत्तर पुस्तिका में चित्र बनाइए)

Using integration find the area of a triangular region whose sides have the equations $y = x + 1$, $y = 2x + 1$ and $x = 2$.

(Draw the figure in answer book)

21) **यदि** $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ **मात्रक सदिश इस प्रकार है कि** $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ **तो** $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ **का मान ज्ञात कीजिए।**

If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are unit vectors such that $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$, find the value of $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$.

22) **सदिश** $2\vec{a} + \vec{b}$ **और** $\vec{a} - 2\vec{b}$ **में से प्रत्येक के लंबवत् मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए जहां** $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ **है।**

Find a unit vector perpendicular to each of the vectors $2\vec{a} + \vec{b}$ and $\vec{a} - 2\vec{b}$, where $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$.

23) **आलेखीय विधि से निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या के अधिकतमीकरण के लिए हल कीजिए:**

उद्देश्य फलन $Z = 1000x + 600y$

व्यवरोध $x + y \leq 200$

$4x - y \leq 0$

$x \geq 20, \quad x \geq 0, \; y \geq 0$

By graphical method solve the following linear programming problem for maximization.

Objective function $Z = 1000x + 600y$

Constraints $x + y \leq 200$

$4x - y \leq 0$

$x \geq 20, \quad x \geq 0, \; y \geq 0.$

24) **दो थैले A और B दिए हैं। थैले A में 2 लाल और 3 काली गेंदें है जबकि थैले B में 3 लाल और 4 काली गेंदें हैं। किसी एक थैले में से यादृच्छया एक गेंद निकाली गई है जो कि लाल रंग की है। इस बात की क्या प्रायिकता है कि यह गेंद थैले B में से निकाली गई है?**

Bag A contains 2 red and 3 black balls while another bag B contains 3 red and 4 black balls. One ball is drawn at random from one of the bag and it is found to be red. Find the probability that it was drawn from bag B.

25) 30 **बल्बों के एक ढेर से, जिसमें** 6 **बल्ब खराब है** 2 **बल्बों का एक नमूना (प्रतिदर्श) यादृच्छया बिना प्रतिस्थापना के निकाला जाता है। खराब बल्बों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।**

From a lot of 30 bulbs which include 6 defectives, a sample of 2 bulbs are drawn at random with replacement. Find the probability distribution of the number of defective bulbs.

खण्ड – स

SECTION - C

26) **सिद्ध कीजिए कि** $\begin{vmatrix} a & a^2 & b+c \\ b & b^2 & c+a \\ c & c^2 & a+b \end{vmatrix} = (a+b+c)(a-b)(b-c)(c-a)$.

Prove that $\begin{vmatrix} a & a^2 & b+c \\ b & b^2 & c+a \\ c & c^2 & a+b \end{vmatrix} = (a+b+c)(a-b)(b-c)(c-a)$.

27) **यदि** $y=(\sin^{-1}x)^2$ **है तो दर्शाइए कि**

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2}-x\frac{dy}{dx}-2=0.$$

If $y=(\sin^{-1}x)^2$, then show that $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2}-x\frac{dy}{dx}-2=0$.

28) $\int_0^{\pi}\frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}dx$ **का मान ज्ञात कीजिए।**

Evaluate $\int_0^{\pi}\frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}dx$.

29) **अवकल समीकरण** $2xy+y^2-2x^2\frac{dy}{dx}=0$ **को हल कीजिए।**

अथवा

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx}+y\cot x=2x+x^2\cot x$.

Solve the differential equation $2xy+y^2-2x^2\frac{dy}{dx}=0$.

OR

Solve the differential equation $\frac{dy}{dx}+y\cot x=2x+x^2\cot x$.

30) **रेखाओं** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-1}{1}$ **और** $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+1}{2}$ **के मध्य की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।**

अथवा

यदि एक समतल के अंतःखण्ड a, b, c **है और इसकी मूल बिंदू से दूरी** p **इकाई है तो सिद्ध कीजिए कि**

$$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{1}{p^2}.$$

11

Find the shortest distance between the lines $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-1}{1}$ and $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+1}{2}$.

OR

Prove that if a plane has the intercepts a, b, c and is at a distance p units from the origin, then prove that

$$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{1}{p^2}.$$

$\mathcal{E}\,\mathcal{E}\,\mathcal{E}$

DO NOT WRITE ANYTHING HERE