BOARD OF SCHOOL EDUCATION HARYANA

MARKING SCHEME

CLASS: 12th (Sr. Secondary)

Practice Paper 2024 – 25 **SET – A**

गणित

MATHEMATICS

[Hindi and English Medium]

(ACADEMIC / OPEN)

- मार्किंग स्कीम में दिए गए हल केवल एक विधि है इसके अतिरिक्त सब विधियां भी बराबर मान्य होंगी यदि वे गणितीय रूप से सही हैं |
- The solution methods adopted in the marking scheme are suggestive. Different methods are also acceptable if these are mathematically correct.

Section -A : (1 Mark each)

Question No. प्रश्न क्रमांक	Answer उत्तर	Hints/ Solution संकेत / हल
1.	C	$For\ x, y \in R\ if\ x = y\ then\ (x)^3 = (y)^3$, so $f(x) = x^3$ is one-one. Cube root (preimage) of any negative number does not exist in R , so $f(x) = x^3$ is not onto. $x, y \in R$ के लिए यदि $x = y$ तो $(x)^3 = (y)^3$, अतः $f(x) = x^3$ एकैकी है| किसी भी ऋणात्मक संख्या का घनमूल (पूर्व प्रतिबिम्ब) R में उपलब्ध नहीं है | अतः $f(x) = x^3$ आच्छादक नहीं है |

2.	$-\frac{\pi}{4}$	माना (Let) $cosec^{-1}(-\sqrt{2}) = y$ $\text{cosec}\, y = -\sqrt{2} = -cosec\frac{\pi}{4} = \text{cosec}\left(-\frac{\pi}{4}\right),$ $y = \frac{\pi}{4}$
3.	A	No. of elements in $A = 2 \times 2 = 4$ Each of 4 elements can be filled in two possible ways . So, Required number of such possible matrices $=2^4=16$ आव्यूह में A अवयवों की संख्या $= 2 \times 2 = 4$ प्रत्येक 4 अवयवों को दो संभव तरीकों से भरा जा सकता है अतः ऐसी वांछित आव्यूहों की संख्या $=2^4=16$
4.	C	यहां (Here) $\lvert A^{-1}\rvert = \frac{1}{5}$ इसलिए (So) $\lvert A\rvert = \frac{1}{\lvert A^{-1}\rvert} = 5$ $\lvert adj\ A\rvert = \lvert A\rvert^{n-1}$, यदि $(\ if)\ order(A) = n$ इसलिए (So) $\lvert adj\ A\rvert = 5^2 = 25$
5.	D	शेष सभी सही हैं All other are correct.
6.	1	$y = x - \pi$ $\frac{dy}{dx} = 1$
7.	$\frac{2x.e^{x^2}}{-sinx}$	$\frac{df}{dg} = \frac{\frac{df}{dx}}{\frac{dg}{dx}} = \frac{2x.e^{x^2}}{-sin\ x}$
8.	B	$f(x) = e^{cos^2x}sin^3(2n+1)x$ $f(-x) = e^{cos^2(-x)}sin^3(2n+1)(-x)$ $f(-x) = -e^{cos^2x}sin^3(2n+1)x = -f(x)$ So $f(x)$ is an odd function. $\int_{-a}^{a} odd\ function\ dx = 0$ इसलिए $f(x)$ एक विषम फलन है |

		$\int_{-a}^{a}$ विषम फलन $dx = 0$
9.	$\tan^{-1}(e^x) + c$	$\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}} = \int \frac{dx}{e^x + \frac{1}{e^x}} = \int \frac{e^x\,dx}{e^{2x} + 1}$ माना (Let $e^x) = t$ $e^x dx = dt$ $= \int \frac{dt}{t^2 + 1} = tan^{-1}t = tan^{-1}(e^x) + c$
10.	B	$\int \frac{1.dx}{sin^2x.cos^2x} = \int \frac{sin^2x + cos^2x}{sin^2x.cos^2x} dx$ $\int (sec^2x + cosec^2x)dx = \tan x - cot\ x + c$
11.	A	विशिष्ट हल में कोई स्वेच्छ अचर नहीं होता है | Particular solution has no arbitrary constants.
12.	1	Since the highest power raised to $\frac{d^2y}{dx^2}$ is one. क्योंकि $\frac{d^2y}{dx^2}$ की घात 1 है |
13.	B	All rest are scalar. शेष सभी अदिश हैं |
14.	B	$\vec{b}$ के अनुरूप $\vec{a}$ का सदिश घटक $= \left(\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\|\vec{b}\|^2}\right)\vec{b}$ $Vector\ component\ of\ \vec{a}\ along\ \vec{b} = \left(\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\|\vec{b}\|^2}\right)\vec{b}$ $= \frac{\mathbf{18}}{\mathbf{25}}(3\hat{j} + 4\hat{k})$
15.	D	$\|\vec{a} + \vec{b}\|^{\mathbf{2}} = \mathbf{1}$ $\|\vec{a}\|^{\mathbf{2}} + \|\vec{b}\|^{\mathbf{2}} + 2\vec{a}.\vec{b} = 1$ $1 + 1 + 2\ \vec{a}.\vec{b} \mathbf{= 1}$ $2\vec{a}.\vec{b} = -1$

		$\vec{a}.\vec{b} = \frac{-1}{2}$ Where जहाँ $\vec{a}.\vec{b} = \lvert\vec{a}\rvert.\lvert\vec{b}\rvert.\cos\theta$ $\vec{a}.\vec{b} = 1.1.\cos\theta$ $\vec{a}.\vec{b} = \cos\theta = \frac{-1}{2}$ So इसलिए $\theta = \frac{2\pi}{3}$
16.	B	यदि घटनाएं A *व* B *परस्पर स्वतंत्र* घटनाएं हैं तो A' *व* B' भी परस्पर स्वंतंत्र घटनाएं होंगी अतः $P(A'B') = P(A')P(B')$ $= [1 - P(A)][1 - P(B)]$ If A *and* B *are* independent events then A' *and* B' will also be independent so : $P(A'B') = P(A')P(B')$ $= [1 - P(A)][1 - P(B)]$
17.	C	$P\left({}^{A}/_{B}\right) > P(A)$ $\Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} > P(A)$ $\Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} > P(B)$ $\Rightarrow P\left({}^{B}/_{A}\right) > P(B)$
18.	Not Defined अपरिभाषित	$P\left({}^{A}/_{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ $= \frac{P(A \cap B)}{0}$ $= Not\ defined$(अपरिभाषित)
19.	C	A is true but R is false. A सही है परतुं R गलत है |

20.	D	A is False since f is not a function but R is true. A गलत है क्योंकि f एक फलन नहीं है परतुं R सही है |

खंड – ब

SECTION – B **(2×5=10)**

21.	R is reflexive, as 2 divides $(a-a)\ \forall\ a \in Z$ If 2 divides $(a-b)$ *then* 2 *divides* $(b-a)\ \forall\ a, b \in Z$ So R is symmetric. If 2 divides $(a-b)$ *and* 2 *divides* $(b-a)$ $\forall\ a, b, c \in Z$ Then 2 divides $(a-b)+(b-c)$ *i.e.* $(a-c)$. So R is transitive. Therefore R is an equivalence relation. R स्वतुल्य है क्योंकि समस्त $a \in Z$ के लिए 2, $(a-a)$ को विभाजित करता है | पुनः यदि समस्त $a, b \in Z$ के लिए 2, $(a-b)$ को विभाजित करता है तो 2, $(b-a)$ को भी विभाजित करेगा |अतः R सममित है| पुनः यदि समस्त $a, b, c \in Z$ के लिए 2, $(a-b)$ को विभाजित करता है तथा 2, $(b-c)$ को भी विभाजित करता है तो 2, $(a-b)+(b-c)=(a-c)$ को भी विभाजित करेगा |अतः R संक्रामक है| अतः सम्मुच्चय **Z** में R एक तुल्यता संबध है| **अथवा (OR)** Taking $x = a\ tan\theta$ लीजिए	1 1 1 1

	$tan^{-1}\left(\frac{3a^2x-x^3}{a^3-3ax^2}\right)$ $= tan^{-1}\left(\frac{3a^2.a\,tan\theta - a^3tan^3\theta}{a^3-3a.a^2tan^2\theta}\right)$ $= tan^{-1}\left(\frac{3\,tan\theta - tan^3\theta}{1-3tan^2\theta}\right)$ $= tan^{-1}(\tan 3\theta) = 3\theta = 3tan^{-1}x$	1 **1**
22.	$A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}; 2B = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ $A + 2B = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ $(A+2B)' = \begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$	½ ½ ½ ½
23.	$x = 3$ पर f सतत होगा यदि $R.H.L. = L.H.L.$ f *will be continuous at* $x = 3$ *if* $R.H.L. = L.H.L.$ $3\,a + 1 = 3b + 3$ $3a = 3b + 2$ $\Rightarrow a = b + \frac{2}{3}$	1 1
24.	दिया है : (Given that) $y - \cos y = x$ $\Rightarrow y' + siny.y' = 1$ $\Rightarrow y'(1+\sin y) = 1$ $\Rightarrow y' = \frac{1}{1+siny}$ Substituting the values of x and y' in the L.H.S. of given differential equation: x और y' के मान दिए हुए अवकल समीकरण के वाम पक्ष में रखने पर : $L.H.S. = (y\sin y + \cos y + x)y'$ $\Rightarrow (y\,siny + cosy + y - cosy)\frac{1}{1+siny}$ $\Rightarrow y(1+siny)\frac{1}{(1+siny)} = y = R.H.S.$	1 1

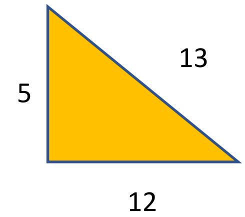
	अथवा (OR) $$\frac{dy}{dx}=\frac{1+y^2}{1+x^2}$$ $$\Rightarrow \frac{dy}{1+y^2}=\frac{dx}{1+x^2}$$ $$\Rightarrow \int\frac{dy}{1+y^2}=\int\frac{dx}{1+x^2}+c$$ $$\Rightarrow tan^{-1}y=tan^{-1}x+c$$	1 1
25.	Let mother (M), father(F), and son (S) line up for the family picture, then the sample space will be : माना माता(M), पिता(F), एवं पुत्र(S) पारिवारिक चित्र में खड़े हैं तो प्रतिदर्श समष्टि निम्नलिखित होगा: $$S=\{MFS,MSF,FMS,FSM,SMF,SFM\}$$ $$E=\{MFS,FMS,SMF,SFM\}$$ $$F=\{MFS,SFM\}$$ $$E\cap F=\{MFS,SFM\}$$ $$P(E\cap F)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$ $$P(F)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$ $$P(E/F)=\frac{P(E\cap F)}{P(F)}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}}=1$$	½ ½ ½ ½

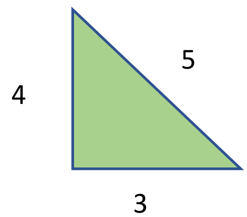
खंड – स

SECTION – C (3×6=18)

26.	R.H.S= $sin^{-1}\frac{5}{13}+cos^{-1}\frac{3}{5}$	

यहाँ *Here* $\sin^{-1}\frac{5}{13} = \tan^{-1}\frac{5}{12}$





1

$$\text{और } And \ \cos^{-1}\frac{3}{5} = \tan^{-1}\frac{4}{3}$$

R.H.S= $\tan^{-1}\frac{5}{12} + \tan^{-1}\frac{4}{3}$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{\frac{5}{12}+\frac{4}{3}}{1-\frac{5}{12}\times\frac{4}{3}}\right)$$

1

$$= \tan^{-1}\left(\frac{\frac{5+16}{12}}{1-\frac{5}{9}}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{21/12}{4/9}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{21}{12}\times\frac{9}{4}\right)$$

1

$$= \tan^{-1}\frac{63}{16} = L.H.S.$$

अथवा (OR)

दिया है (Given that):

$$f: R \to \{x \in R: -1 < x < 1\}; f(x) = \frac{x}{1+|x|}$$

सिद्ध करना है : f एकैकी है

($\boldsymbol{To\ Prove:\ f\ is\ one-one}$)

Case 1: $x \geq 0$

तब (then) $|x| = x \ \Rightarrow f(x) = \frac{1}{1+x}$

माना $Let\ a, b \in R\ ; a \geq 0, b \geq 0\ and\ f(a) = f(b)$

$$\Rightarrow \frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b}$$

½

$$\Rightarrow a + ab = b + ab$$

	$$\Rightarrow a = b$$ **Case 2:** $x \le 0$ तब (then) $\lvert x\rvert = -x \Rightarrow f(x) = \frac{1}{1-x}$ माना $Let\ a, b \in R\ ; a \le 0, b \le 0\ and\ f(a) = f(b)$ $$\Rightarrow \frac{a}{1-a} = \frac{b}{1-b}$$ $$\Rightarrow a - ab = b - ab$$ $$\Rightarrow a = b$$ दोनों स्थितियों में(In both cases): $$f(a) = f(b) \Leftrightarrow a = b$$ $$\Longrightarrow f\ is\ one - one. (f\ \text{एकैकी है})$$ ***सिद्ध करना है : f आच्छादी है*** ***(To Prove : f is onto)*** **Case 1: $y \le 0$** $\forall\, y \in R\ ;\ -1 < y < 1\ \exists\ x = \frac{y}{1+y} \in R\ such\ that$ $$f\left(\frac{y}{1+y}\right) = \frac{\frac{y}{1+y}}{1 + \left\lvert\frac{y}{1+y}\right\rvert} = \frac{\frac{y}{1+y}}{1 + \left(\frac{-y}{1+y}\right)} = y \in R$$ **Case 2: $y \ge 0$** $\forall\, y \in R\ ;\ -1 < y < 1\ \exists\ x = \frac{y}{1-y} \in R\ such\ that$ $$f\left(\frac{y}{1-y}\right) = \frac{\frac{y}{1+y}}{1 - \left\lvert\frac{y}{1+y}\right\rvert} = \frac{\frac{y}{1+y}}{1 - \left(\frac{y}{1+y}\right)} = y \in R$$ दोनों स्थितियों में(In both cases): $$\Longrightarrow f\ is\ onto. (f\ \text{आच्छादी है})$$ **So** $f\ is\ a\ one - one\ onto\ function.$ अतः f *एक एकैकी आच्छादी फलन है*	½ ½ ½ ½ ½
27.	आव्यूह बीजगणित के प्रयोग द्वारा सभी पुस्तकों को बेचने पर प्राप्त कुल धनराशि :	

	The total amount of money that will be received from the sale of all these books can be represented in the form of matrix multiplication as : कुल धनराशि(Total Amount)$=12[10 \quad 8 \quad 10]\begin{bmatrix}80\\60\\40\end{bmatrix}$ $= 12[10 \times 80 + 8 \times 60 + 10 \times 40]$ $= 12[800 + 480 + 400]$ $= 12[1680] = 20160\ Rs.$	1.5 0.5 1
28.	दिया है (Given that): $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$ $\Rightarrow f'(x) = 12x^3 + 12x^2 - 24x$ $\Rightarrow f'(x) = 12x(x-1)(x+2)$ $\Rightarrow f'(x) = 0\ at\ x = 0, x = 1, x = -2$ $\Rightarrow f''(x) = 36x^2 + 24x - 24 = 12(3x^2 + 2x - 2)$ $\Rightarrow \begin{cases} f''(0) = -24 < 0 \\ f''(1) = 36 > 0 \\ f''(-2) = 72 > 0 \end{cases}$ So by 2nd derivative test : द्वितीय अवकलज परीक्षण द्वारा: स्थानीय उच्चतम बिंदु (Point of local maxima): $x = 0$ f का स्थानीय उच्चतम मान (Local minimum value) : $f(0) = 12$ स्थानीय निम्नतम बिंदु (Points of local minima):$x = 1, -2$ f का स्थानीय निम्नतम मान(Local maximum value): $f(1) = 7\ , f(-2) = -20$	1 1 1
29.	यहाँ (Here): $f(x) = \|x\ sin\ \pi x\| = \begin{cases} x \sin \pi x\ ;\ -1 \le x \le 1 \\ -x \sin \pi x\ ; 1 \le x \le \frac{3}{2} \end{cases}$ अब (Now) :	½

	$\int_{-1}^{\frac{3}{2}} \lvert x \sin \pi x \rvert dx = \int_{-1}^{1} x \sin \pi x \, dx + \int_{1}^{\frac{3}{2}} -x \sin \pi x \, dx$ $= \int_{-1}^{1} x \sin \pi x \, dx - \int_{1}^{\frac{3}{2}} x \sin \pi x \, dx$ $= \left[\frac{-x \cos \pi x}{\pi} + \frac{\sin \pi x}{\pi^2}\right]_{-1}^{1} - \left[\frac{-x \cos \pi x}{\pi} + \frac{\sin \pi x}{\pi^2}\right]_{1}^{\frac{3}{2}}$ $= \frac{2}{\pi} - \left[-\frac{1}{\pi^2} - \frac{1}{\pi}\right] = \frac{3}{\pi} + \frac{1}{\pi^2}$	½ 1 1
30.	At $x = 0$ $\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} \frac{3x + 4 \tan x}{x} = \frac{0}{0} \; form$ Applying L'Hospital Rule: L'Hospital नियम का प्रयोग करने पर : $\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} \frac{3 + 4 \sec^2 x}{1} = 3 + 4 = 7$ So $at\ x = 0$ for being continuous function should be redefined as: अतः $x = 0$ पर सतत बनाने के लिए फलन $f(x)$ को निम्न प्रकार से पुनर्परिभाषित किया जाना चाहिए : $f(x) = \begin{cases} \frac{3x + 4 \tan x}{x} & ; \; x \neq 0 \\ 7 & ; \quad x = 0 \end{cases}$ तब Then $\lim_{x \to 0} f(x) = f(0) = 7$ So f is continuous at $x = 0$ अब f अब एक सतत फलन होगा |	½ 1 1 ½
31.	यहाँ (Here): $\overrightarrow{AB} = (2-1)\hat{\imath} + (6-2)\hat{\jmath} + (3-7)\hat{k} = \hat{\imath} + 4\hat{\jmath} - 4\hat{k}$	

	$\overrightarrow{BC} = (3-2)\hat{\imath} + (10-6)\hat{\jmath} + (-1-3)\hat{k}$ $= \hat{\imath} + 4\hat{\jmath} - 4\hat{k}$ $\overrightarrow{CA} = (3-1)\hat{\imath} + (10-2)\hat{\jmath} + (-1-7)\hat{k}$ $= 2\hat{\imath} + 8\hat{\jmath} - 8\hat{k}$ $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert = \sqrt{1^2 + 4^2 + (-4)^2} = \sqrt{33}$ $\lvert\overrightarrow{BC}\rvert = \sqrt{1^2 + 4^2 + (-4)^2} = \sqrt{33}$ $\lvert\overrightarrow{CA}\rvert = \sqrt{2^2 + 8^2 + (-8)^2} = \sqrt{33 \times 4} = 2\sqrt{33}$ अब तीनों बिंदु संरेखी होंगे यदि(Now these three points will be collinear if): $\lvert\overrightarrow{CA}\rvert = \lvert\overrightarrow{AB}\rvert + \lvert\overrightarrow{BC}\rvert$ $2\sqrt{33} = \sqrt{33} + \sqrt{33}$ *which is true*. (जो कि सत्य है)	1 1 1

खंड – द

SECTION – D (5×4=20)

32.	माना तीन संख्याएं (Let the three numbers are) = x, y, z प्रश्नानुसार (According to question): $x + y + z = 6$ $y + 3z = 11$ $x + z = 2y \implies x - 2y + z = 0$ इस निकाय को निम्नलिखित के रूप में लिखा जा सकता है : This system of equations can be written as: $AX = B$, *where* जहाँ $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 6 \\ 11 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\implies \lvert A\rvert = 1(1+6) - 1(0-3) + 1(0-1)$ $\implies \lvert A\rvert = 7 + 3 - 1 = 9 \neq 0$ अब (Now): $A_{11} = 7, A_{12} = 3, A_{13} = -1$ $A_{21} = -3, A_{22} = 0, A_{23} = 3$ $A_{31} = 2, A_{32} = -3, A_{33} = 1$	½ ½ 1

	$$adj\ A = \begin{bmatrix} 7 & -3 & 2 \\ 3 & 0 & -3 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$ इस प्रकार (Thus): $$A^{-1} = \frac{1}{\lvert A \rvert} . adj\ A = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 7 & -3 & 2 \\ 3 & 0 & -3 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$ क्योंकि(Since): $$X = A^{-1}B = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 7 & -3 & 2 \\ 3 & 0 & -3 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 6 \\ 11 \\ 0 \end{bmatrix}$$ $$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$ इस प्रकार (Thus): $x = 1, y = 2, z = 3$	½ 1 ½ 1
	अथवा (OR) इस निकाय को निम्नलिखित के रूप में लिखा जा सकता है : The given system of equations can be written as: $$AX = B, where\ \text{जहाँ}$$ $$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & -5 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 3/2 \\ 9 \end{bmatrix}$$ $$\lvert A \rvert = 34 \neq 0$$ $$\Rightarrow A^{-1}\ exists (\text{उपस्थित होगा})$$ Co-factors of A are : A के सहखंडज : $$A_{11} = 13, A_{12} = 5, A_{13} = 3$$ $$A_{21} = 8, A_{22} = -10, A_{23} = -6$$ $$A_{31} = 1, A_{32} = 3, A_{33} = -5$$ $$\Rightarrow adjA = \begin{bmatrix} 13 & 8 & 1 \\ 5 & -10 & 3 \\ 3 & -6 & -5 \end{bmatrix}$$	1 1 ½

	$\Rightarrow A^{-1} = \frac{adj\ A}{\lvert A \rvert} = \frac{1}{34}\begin{bmatrix} 13 & 8 & 1 \\ 5 & -10 & 3 \\ 3 & -6 & -5 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow X = A^{-1}B = \frac{1}{34}\begin{bmatrix} 13 & 8 & 1 \\ 5 & -10 & 3 \\ 3 & -6 & -5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 3/2 \\ 9 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow X = \frac{1}{34}\begin{bmatrix} 13+12+9 \\ 5-15+27 \\ 3-9-45 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow X = \frac{1}{34}\begin{bmatrix} 34 \\ 17 \\ -51 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1/2 \\ -3/2 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1/2 \\ -3/2 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow x = 1, y = \frac{1}{2}, z = -\frac{3}{2}$	½ 1 1
33(a).	We note that $x^3 - x \geq 0$ on $[-1,0]$ and $x^3 - x \leq 0$ on $[0,1]$ *and that* $x^3 - x \geq 0$ on $[1,2]$,So हम देखते हैं कि $[-1,0]$ पर $x^3 - x \geq 0$ तथा $[0,1]$ पर $x^3 - x \leq 0$ तथा $[1,2]$ पर $x^3 - x \geq 0$ अतः $I = \int_{-1}^{2} \lvert x^3 - x \rvert dx$ $= \int_{-1}^{0} (x^3 - x)dx + \int_{0}^{1} (x - x^3)\ dx + \int_{1}^{2} (x^3 - x)dx$ $=$ $\Rightarrow \boldsymbol{I} = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}\right]_{-1}^{0} + \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right]_{0}^{1} + \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}\right]_{1}^{2}$	

	$\Rightarrow \boldsymbol{I} = -\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+(4-2)-\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right)=\frac{11}{4}$	
33(b).	$I = \int \sqrt{\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}}\,dx$ माना (Let) $x = cos^2\theta \Longrightarrow dx = -2sin\theta cos\theta d\theta$ $I = \int \sqrt{\frac{1-cos\theta}{1+cos\theta}}(-2sin\theta cos\theta)d\theta$	½
	$I = -2\int \sqrt{\frac{2sin^2\frac{\theta}{2}}{2cos^2\frac{\theta}{2}}}(sin\theta)(cos\theta)d\theta$ $= -2\int \frac{sin\frac{\theta}{2}}{cos\frac{\theta}{2}}(2sin\frac{\theta}{2}cos\frac{\theta}{2})cos\theta d\theta$	½
	$= -4\int sin^2\frac{\theta}{2}cos\theta d\theta$ $= -4\int sin^2\frac{\theta}{2}\left(2cos^2\frac{\theta}{2}-1\right)d\theta$	½
	$= -8\int sin^2\frac{\theta}{2}cos^2\frac{\theta}{2}d\theta + 4\int sin^2\frac{\theta}{2}d\theta$ $= -2\int sin^2\theta d\theta + 4\int sin^2\frac{\theta}{2}d\theta$ $= -\int(1-cos2\theta)d\theta + 2\int(1-cos\theta)d\theta$ $I = -\left[\theta - \frac{sin2\theta}{2}\right] + 2[\theta - sin\theta]$	½
	$= \theta + sin\theta cos\theta - 2sin\theta + C$ $= \theta + sin\theta(cos\theta - 2) + C$ $I = cos^{-1}\sqrt{x} + \sqrt{1-cos^2\theta}\left(\sqrt{x}-2\right) + C$	½

	$I = cos^{-1}\sqrt{x} + \sqrt{1-x}(\sqrt{x} - 2) + C$	½

अथवा (OR)

33(a_)

Given ellipse is :

दिया गया दीर्घवृत :

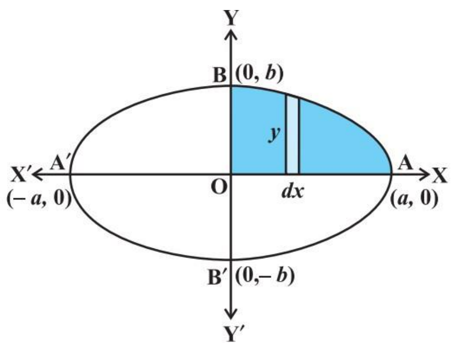
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\Rightarrow y = \pm b\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} = \pm\frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$$ ½

आकृति में (in figure) :

$a = semi\ major\ axis($ *अर्द्ध दीर्घ अक्ष* $)$,

$b = semi\ minor\ axis($ *अर्द्ध लघु अक्ष* $)$



½

½

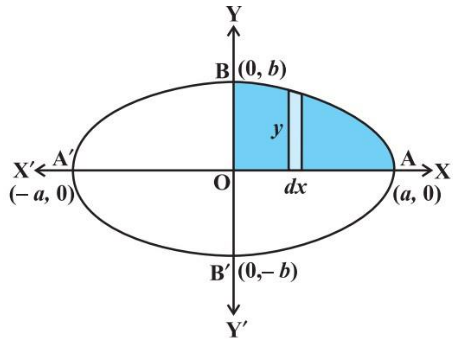
Required Arae (वांछित क्षेत्रफल)=$A = 4.\int_0^a y.dx$

$$A = 4\int_0^a \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}dx = \frac{4b}{a}\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2}\ dx$$ ½

$$\Rightarrow A = \frac{4b}{a}\left[\frac{x}{2}\sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{a}\right]_0^a$$ ½

$$A = \frac{4b}{a}\left[\frac{a^2}{2} \times \frac{\pi}{2}\right] = \pi ab\ square\ units.$$

½

33(b)	Given ellipse is : दिया गया दीर्घवृत : $$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$$ $$\Rightarrow y=\pm 2\sqrt{1-\frac{x^2}{9}}=\pm\frac{2}{3}\sqrt{2^2-x^2}$$ आकृति में (in figure) : $$a=semi\ major\ axis\left(\text{अर्द्ध दीर्घ अक्ष}\right)=\frac{6}{2}=3\,,$$ $$b=semi\ minor\ axis\left(\text{अर्द्ध लघु अक्ष}\right)=\frac{4}{2}=2$$  Required Arae (वांछित क्षेत्रफल)=$A=4.\int_0^3 y.dx$ $$A=4\int_0^3\frac{2}{3}\sqrt{3^2-x^2}dx=\frac{8}{3}\int_0^3\sqrt{3^2-x^2}\ dx$$ $$\Rightarrow A=\frac{8}{3}\left[\frac{x}{2}\sqrt{3^2-x^2}+\frac{3^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{3}\right]_0^3$$ $$A=\frac{8}{3}\left[\frac{9}{2}\times\frac{\pi}{2}\right]=6\pi\ square\ units.$$	½ ½ ½ ½
34.	Here (यहां): $$\vec{r}=(1-t)\hat{\imath}+(t-2)\hat{\jmath}+(3-2t)\hat{k}$$ $$\vec{r}=(s+1)\hat{\imath}+(2s-1)\hat{\jmath}-(2s+1)\hat{k}$$ $$\vec{r}=\hat{\imath}-2\hat{\jmath}+3\hat{k}+t(-\hat{\imath}+\hat{\jmath}-2\hat{k})$$ $$\vec{r}=\hat{\imath}-\hat{\jmath}-\hat{k}+s(\hat{\imath}+2\hat{\jmath}-2\hat{k})$$	½

	$$\overrightarrow{a_1} = \hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 3\hat{k}\ ,\qquad \overrightarrow{b_1} = -\hat{\imath} + \hat{\jmath} - 2\hat{k}$$ $$\overrightarrow{a_2} = \hat{\imath} - \hat{\jmath} - \hat{k}\ ,\qquad \overrightarrow{b_2} = \hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - 2\hat{k}$$ $$\overrightarrow{a_2} - \overrightarrow{a_1} = \hat{\jmath} - 4\hat{k}$$	1
	$$\overrightarrow{b_1} \times \overrightarrow{b_2} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = 2\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} - 3\hat{k}$$	1
	$$S.D. = \left\| \frac{(\overrightarrow{b_1} \times \overrightarrow{b_2}).(\overrightarrow{a_2} - \overrightarrow{a_1})}{\|\overrightarrow{b_1} \times \overrightarrow{b_2}\|} \right\|$$	1
	$$\text{न्यूनतम दूरी}(S.D.) = \left\| \frac{(2\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} - 3\hat{k}).(\hat{\jmath} - 4\hat{k}\ )}{\|\sqrt{4+16+9}\|} \right\|$$	1
	$$S.D. = \left\| \frac{8}{\|\sqrt{29}\|} \right\| = \frac{8}{\sqrt{29}}\ units$$	½
	अथवा (OR) The vector equation of a line passing through a point with position vector $\vec{a}$ and parallel to a vector $\vec{b}$ is given by : दिए गए बिंदु $\vec{a}$ से जाने वाली तथा दिए गए सदिश $\vec{b}$ के समांतर रेखा का समीकरण:	1
	$$\vec{r} = \vec{a} + \lambda\vec{b}$$ Given that (दिया है): $$\vec{a} = \hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - 4\hat{k}$$ Direction vectors of given two lines : दी हुई दोनों रेखाओं के दिक् सदिश:	1
	$$\overrightarrow{b_1} = 3\hat{\imath} - 16\hat{\jmath} + 7\hat{k}$$ $$\overrightarrow{b_2} = 3\hat{\imath} + 8\hat{\jmath} - 5\hat{k}$$	
	$\overrightarrow{b_1} \times \overrightarrow{b_2}$ will be perpendicular to both $\overrightarrow{b_1}$ and $\overrightarrow{b_2}$. $\overrightarrow{b_1} \times \overrightarrow{b_2}$दोनों $\overrightarrow{b_1}$और$\overrightarrow{b_2}$ के लम्ब सदिश होगा| Now (अब) :	1

$$\overrightarrow{b_1} \times \overrightarrow{b_2} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 3 & -16 & 7 \\ 3 & 8 & -5 \end{vmatrix} = 24\hat{\imath} + 36\hat{\jmath} + 72\hat{k} = \vec{b}$$ 1

So required line is:

अतः वांछित रेखा का समीकरण:

$$\vec{r} = \hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - 4\hat{k} + \lambda(24\hat{\imath} + 36\hat{\jmath} + 72\hat{k})$$ 1

Or

$$\vec{r} = \hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 6\hat{k})$$

35. Objective function (उद्देश्य फलन) : $Z = x + y$

Given constraints are:

दिए गए अवरोध:

$$x \geq 0, x - y \leq -1, -x + y \leq 0, y \geq 0$$

Consider the system of lines according to given constraints:

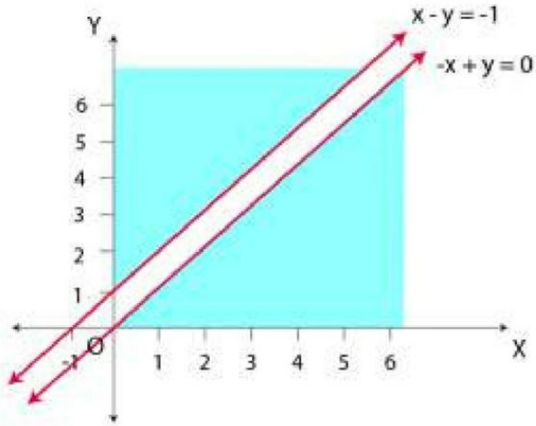
दिए गए अवरोधों के अनुसार रैखिक समीकरणों का निकाय:

$x - y = -1$ 1

x	-1	0
y	0	1

$-x + y = 0$ 1

x	-1	0
y	-1	0



2

Conclusion:
There is no feasible region. So Z has no maximum value for the given system.
निष्कर्ष : यहां कोई सुसंगत क्षेत्र नहीं है अतः Z का कोई अधिकतम मान नहीं है |

1

अथवा (OR)

Objective function (उद्देश्य फलन) :

$$Z = -50x + 20y$$

Given constraints are:

दिए गए अवरोध:

$x \geq 0, 2x - y \geq -5, 3x + y \geq 3, 2x - 3y \leq 12, y \geq 0$

Consider the system of lines according to given constraints:

दिए गए अवरोधों के अनुसार रैखिक समीकरणों का निकाय:

$2x - y = -5$

x	1	0
y	7	5

½

$3x + y = 3$

x	1	0
y	0	3

½

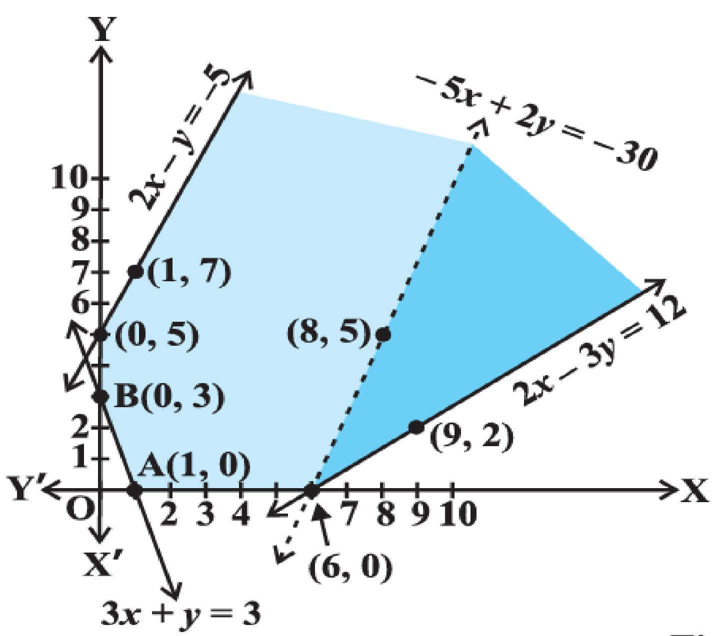
$2x - 3y = 12$

x	6	9
y	0	2

½

Corner Point (शीर्ष बिंदु)	$Z = -50x + 20y$ Z का मान(Value of Z)
$(6,0)$	-300(smallest)
$(0,5)$	100
$(0,3)$	60
$(1,0)$	-50

1



1

	Since feasible region is unbounded so we have to graph the inequality $Z < -300$ $-50x + 20y = -300 \Rightarrow -5x + 2y = -30$ <table><tr><td>x</td><td>6</td><td>9</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>2</td></tr></table>from which we find that resulting region has points in common with U.F.R. So Z has no maximum value. क्योंकि सुसंगत क्षेत्र असीमित है अतः हमें $Z < -300$ का आलेख बनाना होगा $-50x + 20y = -300 \Rightarrow -5x + 2y = -30$ <table><tr><td>x</td><td>6</td><td>9</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>2</td></tr></table>जिससे हम ये पाते हैं कि $Z < -300$ का सुसंगत क्षेत्र में कुछ साँझा क्षेत्र भी है अतः Z का कोई भी अधिकतम मान नहीं हो सकता |	½ 1

खंड – ल

SECTION – E (4×3=12)

36.	Here (यहां) : **(a)** Depth of tank (टैंक की गहराई)= 2 m = H Volume of tank (टैंक का आयतन)= 8 m^3 So area of base of tank(टैंक के आधार का क्षेत्रफल) = 8/2 = 4 m^2= LB Rate of building the base (आधार के निर्माण की दर) = 70 Rs/m^2 Total cost (कुल कीमत)= $70 \times 4 = 280\ Rs.$ **(b)** LB = 4 B = $\frac{4}{L}$ Area of four walls (चार दीवारों का क्षेत्रफल) = 2H(L+B) $\Rightarrow A = 2 \times 2\left(L + \frac{4}{L}\right) = 4\left(L + \frac{4}{L}\right)$ $\Rightarrow PUT\ \frac{dA}{dL} = 4\left(1 - \frac{4}{L^2}\right) = 0$ $\Rightarrow L = 2 \Rightarrow B = \frac{4}{2} = 2$ $Now\ \frac{d^2A}{dL^2} = \frac{32}{L^3} = 4 > 0\ at\ L = 2$ So minimum area of 4 walls (अतः चारों दीवारों का न्यूनतम क्षेत्रफल)= 2H(L+B)=16 m^2 Min Cost of building walls(चार दीवारों के निर्माण की कुल कीमत) = $16 \times 45 = 720\ Rs.$ **(c).** Cost of least expensive tank (न्यूनतम लागत से बनी टंकी की कुल लागत)= 280+720=1000 Rs.	1 1 1 1
37.	दिया हुआ समीकरण: Given equation is : $y = 4x - \frac{1}{2}x^2 , x \le 3$	

(a)	Rate of growth of the plant with respect to no. of days exposed to the sunlight(सूर्य का प्रकाश उपलब्ध होने वाले दिनों के सापेक्ष पौधे की वृद्धि की दर) : $$\frac{dy}{dx} = 4 - x$$	1
(b)	Here(यहाँ): $$\frac{dy}{dx} = 4 - x$$ $$\frac{d^2y}{dx^2} = -1 < 0$$ $$\Rightarrow \frac{dy}{dx} \quad decreases.$$ So Rate of growth of the plant will decrease in the first three days. अतः पहले तीन दिनों में पौधे की वृद्धि की दर घटेगी |	1 1
(c)	Height of plant after two days (दो दिन बाद पौधे की ऊंचाई) : $$\text{Putting } x = 0 \; in \; given \; equation$$ $$(\textit{दिए हुए समीकरण में } x = 0 \textit{ रखने पर})$$ $$y = 4x - \frac{1}{2}x^2 = 4(2) - \frac{1}{2}(2)^2 = 6 \; cm$$	1
38. (a)	Let event E$_1$ = patient follows yoga and meditation course. E$_2$ = patient follows prescription of certain drug A = patient suffers from a heart attack. So $P(E_1) = P(E_2) = \frac{1}{2}$, $P(A) = \frac{40}{100}$ Now $P\left(\frac{A}{E_1}\right) = Probability \; of \; suffering \; a \; patient \; from \; heart \; attack \; after \; following \; yoga \; and \; meditation.)$ $$Then \; P\left(\frac{A}{E_1}\right)$$	

	$= Given\ 40\% - reduced\ by\ 30\%\ of\ 40\%$ $= \frac{40}{100} - \frac{30}{100} \times \frac{40}{100} = \frac{28}{100}$	1
(b)	Now $P\left(\frac{A}{E_2}\right) = Probability\ of\ suffering\ a\ patient$ $from\ heart\ attack\ after\ using\ drug$ $Then\ P\left(\frac{A}{E_2}\right)$ $= Given\ 40\% - reduced\ by\ 25\%\ of\ 40\%$ $= \frac{40}{100} - \frac{25}{100} \times \frac{40}{100} = \frac{30}{100}$	1
(c)	Using Bayes' Theorem: Now $P\left(\frac{E_1}{A}\right) = Probability\ of\ a\ patient\ followed\ yoga$ $and\ meditation\ course\ given\ that\ he\ had\ a\ heart\ attack.$ $P\left(\frac{E_1}{A}\right) = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{28}{100}}{\frac{1}{2} \times \frac{28}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{30}{100}} = \frac{14}{29}$	2
	माना घटना E_1 = रोगी ने ध्यान और योग को अपनाया E_2 = रोगी ने दवाई को अपनाया A = रोगी को दिल का दौरा पड़ना इसलिए $P(E_1) = P(E_2) = \frac{1}{2}$, $P(A) = \frac{40}{100}$	
(a)	अब $P\left(\frac{A}{E_1}\right) =$ *योग और ध्यान को अपनाने के बाद भी* *दिल के दौरे से ग्रसित होने की प्रायिकता* *तब* $P\left(\frac{A}{E_1}\right)$ = *दिया हुआ* 40% – 40% *में* 30% *की कमी*	

	$= \frac{40}{100} - \frac{30}{100} \times \frac{40}{100} = \frac{28}{100}$	1
(b)	अब $P\left(\frac{A}{E_2}\right) =$ *दवाई को अपनाने के बाद भी दिल के दौरे से ग्रसित होने की प्रायिकता* *तब* $P\left(\frac{A}{E_2}\right)$ $=$ *दिया हुआ* $40\% - 40\%$ *में* 25% *की कमी* $= \frac{40}{100} - \frac{25}{100} \times \frac{40}{100} = \frac{30}{100}$	1
(c)	बेज प्रमेय का प्रयोग करने पर : अब $P\left(\frac{E_1}{A}\right) =$ *योग और ध्यान का उपयोग किए जाने की प्रायिकता जबकि दिया है कि रोगी को दिल का दौरा पड़ा है .* $P\left(\frac{E_1}{A}\right) = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{28}{100}}{\frac{1}{2} \times \frac{28}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{30}{100}} = \frac{14}{29}$	2