

नामांक

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--

No. of Questions – 30

No. of Printed Pages – 8

# SS-15-Mathematics

## गणित (MATHEMATICS)

उच्च माध्यमिक परीक्षा, 2020

समय : 3¼ घण्टे

पूर्णांक : 80

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश :

### GENERAL INSTRUCTIONS TO THE EXAMINEES :

- (1) परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्न-पत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें ।

Candidate must write first his / her Roll No. on the question paper compulsorily.

- (2) सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं ।

All the questions are compulsory.

- (3) प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका में ही लिखें ।

Write the answer to each question in the given answer-book only.

- (4) जिन प्रश्नों में आन्तरिक खण्ड हैं, उन सभी के उत्तर एक साथ ही लिखें ।

For questions having more than one part, the answers to those parts are to be written together in continuity.

- (5) प्रश्न-पत्र के हिन्दी व अंग्रेजी रूपांतर में किसी प्रकार की त्रुटि/अंतर/विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही मानें ।

If there is any error / difference / contradiction in Hindi & English versions of the question paper, the question of Hindi version should be treated valid.

(6)	खण्ड	प्रश्न संख्या	अंक प्रत्येक प्रश्न
	अ	1 – 10	1
	ब	11 – 15	2
	स	16 – 25	3
	द	26 – 30	6

Section	Q. Nos.	Marks per question
A	1 – 10	1
B	11 – 15	2
C	16 – 25	3
D	26 – 30	6

- (7) प्रश्न संख्या 25 का लेखाचित्र ग्राफ पेपर पर बनाना है ।

Draw the graph of Q. No. 25 on the graph paper.

## SECTION – A

1. यदि  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 5x + 9$  हो, तो  $f^{-1}(8)$  तथा  $f^{-1}(9)$  का मान ज्ञात कीजिए।

If  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 5x + 9$ , then find the value of  $f^{-1}(8)$  and  $f^{-1}(9)$ .

2.  $2 \tan(\tan^{-1}x + \tan^{-1}x^3)$  का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of  $2 \tan(\tan^{-1}x + \tan^{-1}x^3)$ .

3. यदि  $\begin{bmatrix} k+4 & -1 \\ 3 & k-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ , तो  $a$  का मान ज्ञात कीजिए।

If  $\begin{bmatrix} k+4 & -1 \\ 3 & k-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ , then find the value of  $a$ .

4. व्युत्क्रमणीय तथा अव्युत्क्रमणीय आव्यूह को परिभाषित कीजिए।

Define singular and Non-singular matrix.

5. सिद्ध कीजिए कि अन्तराल  $(-1, 1)$  में फलन  $f(x) = x^2 - x + 1$  न तो वर्धमान है और न ही हासमान है।

Prove that in interval  $(-1, 1)$  function  $f(x) = x^2 - x + 1$  is neither increasing nor decreasing.

6.  $\int \frac{1}{1 + \sin x} dx$  ज्ञात कीजिए।

Find  $\int \frac{1}{1 + \sin x} dx$ .

7.  $(2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}) \times (3\hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k})$  का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of  $(2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}) \times (3\hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k})$ .

8. दर्शाइए कि बिन्दु  $A(2, 3, 4)$ ,  $B(-1, 2, -3)$  तथा  $C(-4, 1, -10)$  संरेख हैं।  
Show that the points  $A(2, 3, 4)$ ,  $B(-1, 2, -3)$  and  $C(-4, 1, -10)$  are Collinear.
9. रैखिक प्रोग्रामन समस्या का सुसंगत हल को परिभाषित कीजिए।  
Define the feasible solution of the Linear programming problem.
10. यदि  $P(A) = \frac{6}{11}$ ,  $P(B) = \frac{5}{11}$  और  $P(A \cup B) = \frac{7}{11}$  हो, तो  $P(A \cap B)$  ज्ञात कीजिए।  
If  $P(A) = 6/11$ ,  $P(B) = 5/11$  and  $P(A \cup B) = 7/11$ , then find  $P(A \cap B)$ .

### खण्ड - ब

### SECTION - B

11. यदि फलन  $f$  और  $g$  दो एकैकी आच्छादक फलन इस प्रकार हैं कि संयुक्त फलन  $(gof)$  एवं  $(gof)^{-1}$  परिभाषित हो तो प्रदर्शित कीजिए :

$$(gof)^{-1} = f^{-1}og^{-1}.$$

If  $f$  and  $g$  are one-one onto function such that composite function  $(gof)$  and  $(gof)^{-1}$  are defined, then show that  $(gof)^{-1} = f^{-1}og^{-1}$ .

12. यदि  $A - 2I = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  हो, तो  $AA^T$  ज्ञात कीजिए, जहाँ  $I$ ,  $3 \times 3$  क्रम का इकाई आव्यूह है।

If  $A - 2I = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ , then find  $AA^T$ , where  $I$  is unit matrix of order  $3 \times 3$ .

13.  $\frac{2x+5}{\sqrt{x^2+3x+1}}$  का  $x$  के सापेक्ष समाकलन कीजिए।

Integrate  $\frac{2x+5}{\sqrt{x^2+3x+1}}$  with respect to  $x$ .

14. यदि  $y = \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \dots \infty}}}$  हो, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

If  $y = \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \dots \infty}}}$ , then find  $\frac{dy}{dx}$ .

15. वक्र  $2x^2 - y^2 = 14$  पर सरल रेखा  $x + 3y = 6$  के समान्तर अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the normals to the curve  $2x^2 - y^2 = 14$  which are parallel to the line  $x + 3y = 6$ .

### खण्ड – स

### SECTION – C

16. निम्न त्रिकोणमितीय समीकरण को हल कीजिए :

$$\sin^{-1} x + \sin^{-1} 2x = \frac{\pi}{3}$$

Solve the following trigonometrical equation :

$$\sin^{-1} x + \sin^{-1} 2x = \frac{\pi}{3}.$$

17. सिद्ध कीजिए कि 
$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$$

Prove that 
$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right).$$

18. निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2y \\ z \\ 3y \end{bmatrix}$$

Solve the following system of equations :

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2y \\ z \\ 3y \end{bmatrix}$$

19.  $\cos^{-1} \sqrt{\left(\frac{x}{a+x}\right)}$  का  $x$  के सापेक्ष समाकलन कीजिए ।

Integrate  $\cos^{-1} \sqrt{\left(\frac{x}{a+x}\right)}$  with respect to  $x$ .

20. परवल्यों  $y^2 = 4ax$  तथा  $x^2 = 4by$  के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Find the area of the region enclosed between the two Parabolas  $y^2 = 4ax$  and  $x^2 = 4by$ .

21. वृत्त  $x^2 + y^2 = 32$  व रेखा  $y = x$  तथा  $x$ -अक्ष के मध्यवर्ती प्रथम चतुर्थांश में स्थित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Find the area of the region in the First quadrant enclosed by the  $x$ -axis, the line  $y = x$  and the circle  $x^2 + y^2 = 32$ .

22. हल कीजिए :  $\frac{dy}{dx} + (2x \tan^{-1}y - x^3)(1 + y^2) = 0$

Solve :  $\frac{dy}{dx} + (2x \tan^{-1}y - x^3)(1 + y^2) = 0$ .

23. हल कीजिए :  $(1 + y^2) + (x - e^{\tan^{-1}y}) \frac{dy}{dx} = 0$ .

Solve :  $(1 + y^2) + (x - e^{\tan^{-1}y}) \frac{dy}{dx} = 0$ .

24. सिद्ध कीजिए कि दी गई तिर्यक ऊँचाई और महत्तम आयतन वाले शंकु का अर्ध शीर्ष कोण  $\tan^{-1} \sqrt{2}$  होता है ।

Show that the semi vertical angle of a cone of maximum volume and given slant height is  $\tan^{-1} \sqrt{2}$ .

25. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेखीय विधि से हल कीजिए :

अधिकतम  $z = 2x + 3y$

प्रतिबन्ध  $4x + 6y \leq 60$

$2x + y \leq 20$

तथा  $x \geq 0, y \geq 0$

Solve the following Linear Programming problem by graphical method :

Max  $z = 2x + 3y$

Constraints  $4x + 6y \leq 60$

$2x + y \leq 20$

and  $x \geq 0, y \geq 0$

**SS-15-Mathematics**

## SECTION – D

26. फलन  $f(x) = |x - 1| + 2|x - 2| + 3|x - 3|$  की बिन्दु  $x = 1, 2, 3$  पर सातत्यता एवं अवकलनीयता का परीक्षण कीजिए।

Examine the continuity and differentiability of the function  $f(x) = |x - 1| + 2|x - 2| + 3|x - 3|$  at point  $x = 1, 2, 3$ .

27. सिद्ध कीजिए :  $I = \int_0^{\pi} \log(1 + \cos x) dx = \pi \log_e \left(\frac{1}{2}\right)$

Prove that :

$$I = \int_0^{\pi} \log(1 + \cos x) dx = \pi \log_e \left(\frac{1}{2}\right).$$

28. सिद्ध कीजिए :

(i)  $[\vec{a} + \vec{b} \quad \vec{b} + \vec{c} \quad \vec{c} + \vec{a}] = 2[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]$

(ii)  $[(\vec{a} \times \vec{b}) \quad (\vec{b} \times \vec{c}) \quad (\vec{c} \times \vec{a})] = [\vec{a} \vec{b} \vec{c}]^2$

Prove that :

(i)  $[\vec{a} + \vec{b} \quad \vec{b} + \vec{c} \quad \vec{c} + \vec{a}] = 2[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]$

(ii)  $[(\vec{a} \times \vec{b}) \quad (\vec{b} \times \vec{c}) \quad (\vec{c} \times \vec{a})] = [\vec{a} \vec{b} \vec{c}]^2$

29. निम्नलिखित रेखा युग्मों के मध्य न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए :

(i)  $\frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{-3}$  तथा  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{2}$ .

(ii)  $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$  तथा  $\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$

Find the shortest distance between the following pair of lines :

(i)  $\frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{-3}$  and  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{2}$ .

(ii)  $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$  and  $\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$

30. एक व्यक्ति के बारे में ज्ञात है कि वह 5 में से 3 बार सत्य बोलता है । वह एक पासे को उछालता है और बतलाता है कि उस पर आने वाली संख्या 1 है । इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि पासे पर आने वाली संख्या वास्तव में 1 है ।

A man is known to speak the truth 3 out of 5 times. He throw a die and reports that it is '1'. Find the probability that it is actually 1.

---