

CLASS : 12th Sr. Sec. (Academic) Code No. 3031

Series : SS-M/2016

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

SET : A

गणित

MATHEMATICS

[Hindi and English Medium]

ACADEMIC

2nd SEMESTER

(Only for Fresh/Re-appear Candidates)

Evening Session

Time allowed : 2½ hours] [Maximum Marks : 80

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 16 तथा प्रश्न 20 हैं।

Please make sure that the printed pages in this question paper are 16 in number and it contains 20 questions.

- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिये गये कोड नम्बर तथा सेट को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख्य-पृष्ठ पर लिखें।

The Code No. and Set on the right side of the question paper should be written by the candidate on the front page of the answer-book.

- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।

Before beginning to answer a question, its Serial Number must be written.

3031/ (Set : A)

P. T. O.

(2) 3031/ (Set : A)

- उत्तर-पुस्तिका के बीच में खाली पन्ना/पन्ने न छोड़ें।
Don't leave blank page / pages in your answer-book.
- उत्तर-पुस्तिका के अतिरिक्त कोई अन्य शीट नहीं मिलेगी। अतः आवश्यकतानुसार ही लिखें और लिखा उत्तर न काटें।
Except answer-book, no extra sheet will be given. Write to the point and do not strike the written answer.
- परीक्षार्थी अपना रोल नं० प्रश्न-पत्र पर अवश्य लिखें।
Candidates must write their Roll Number on the question paper.
- कृपया प्रश्नों का उत्तर देने से पूर्व यह सुनिश्चित कर लें कि प्रश्न-पत्र पूर्ण व सही है, परीक्षा के उपरान्त इस सम्बन्ध में कोई भी दावा स्वीकार नहीं किया जायेगा।
*Before answering the question, ensure that you have been supplied the correct and complete question paper, **no claim in this regard, will be entertained after examination.***

सामान्य निर्देश :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में 20 प्रश्न हैं, जो चार खण्डों – अ, ब, स और द में बँटे हुए हैं :
- खण्ड 'अ' :** इस खण्ड में एक प्रश्न है जो वस्तुनिष्ठ प्रकार के 16 (i-xvi) भागों में है। प्रत्येक भाग 1 अंक का है।
- खण्ड 'ब' :** इस खण्ड में 10 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

3031/ (Set : A)

(3) **3031/ (Set : A)**

खण्ड 'स' : इस खण्ड में **5** प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।

खण्ड 'द' : इस खण्ड में **4** प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है।

(ii) **सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।**

(iii) प्रश्न-पत्र में कोई समग्र व्यापक विकल्प नहीं है, फिर भी 6 अंकों वाले एक प्रश्न में आन्तरिक विकल्प दिया गया है।

(iv) दिये गये ग्राफ-पेपर को अपनी उत्तर-पुस्तिका के साथ अवश्य नत्थी करें।

(v) कैल्क्युलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

General Instructions :

(i) *This question paper consists of **20** questions which divided into **four** Sections : **A, B, C** and **D** :*

Section 'A' : *This Section consists of **one** question which has **16** (i-xvi) parts of objective type. Each part carries 1 mark.*

Section 'B' : *This Section consists of **10** questions. Each question carries 2 marks.*

Section 'C' : *This Section consists of **5** questions. Each question carries 4 marks.*

Section 'D' : *This Section consists of **4** questions. Each question carries 6 marks.*

3031/ (Set : A)

P. T. O.

(4) 3031/ (Set : A)

- (ii) **All questions are compulsory.**
- (iii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in **one** question of 6 marks.*
- (iv) *You must attach the given graph-paper along with your answer-book.*
- (v) *Use of calculator is not permitted.*

खण्ड 'अ'

SECTION 'A'

1. (i) हवा के एक बुलबुले की त्रिज्या $\frac{1}{2}$ cm/sec की दर से बढ़ रही है। जबकि त्रिज्या 1 cm है तो बुलबुले के आयतन की बढ़ने की दर है : 1

(A) $2\pi \text{ cm}^3 / \text{sec}$ (B) $3\pi \text{ cm}^3 / \text{sec}$

(C) $\frac{3}{2}\pi \text{ cm}^3 / \text{sec}$ (D) इनमें से कोई नहीं

The radius of an air bubble is increasing at the rate of $\frac{1}{2}$ cm per second. The volume of the bubble increasing at the rate when radius 1 cm, is :

(A) $2\pi \text{ cm}^3 / \text{sec}$ (B) $3\pi \text{ cm}^3 / \text{sec}$

(C) $\frac{3}{2}\pi \text{ cm}^3 / \text{sec}$ (D) None of these

3031/ (Set : A)

(5) **3031/ (Set : A)**

(ii) $x = \frac{1}{4}$ पर वक्र $y = 2x^2 - 3$ की स्पर्श रेखा की प्रवणता है : 1

- (A) -1 (B) 1
(C) $\frac{1}{2}$ (D) इनमें से कोई नहीं

The slope of tangent of the curve $y = 2x^2 - 3$ at $x = \frac{1}{4}$ is :

- (A) -1 (B) 1
(C) $\frac{1}{2}$ (D) None of these

(iii) फलन $f(x) = x^2 - 6x + 3$ वर्धमान के लिए अन्तराल है : 1

- (A) $(1, \infty)$ (B) $(1, 2)$
(C) $(3, \infty)$ (D) इनमें से कोई नहीं

The interval in which the function $f(x) = x^2 - 6x + 3$ increasing is :

- (A) $(1, \infty)$ (B) $(1, 2)$
(C) $(3, \infty)$ (D) None of these

(iv) फलन $f(x) = x^2 - 3x, [0, 2]$ पर निरपेक्ष उच्चतम मान है : 1

- (A) -2 (B) 0
(C) $-\frac{9}{4}$ (D) इनमें से कोई नहीं

3031/ (Set : A)

P. T. O.

(6) **3031/ (Set : A)**

The absolute maximum value of the function $f(x) = x^2 - 3x$ on $[0, 2]$ is :

- (A) -2 (B) 0
(C) $-\frac{9}{4}$ (D) None of these

(v) $\int \sin(3x+1) dx$ का मान है : 1

- (A) $\frac{1}{3} \cos(3x+1) + c$ (B) $-\frac{1}{3} \cos(3x+1) + c$
(C) $3 \cos(3x+1) + c$ (D) इनमें से कोई नहीं

The value of $\int \sin(3x+1) dx$ is :

- (A) $\frac{1}{3} \cos(3x+1) + c$ (B) $-\frac{1}{3} \cos(3x+1) + c$
(C) $3 \cos(3x+1) + c$ (D) None of these

(vi) $\int \frac{dx}{16x^2 - 25}$ का मान है : 1

- (A) $\frac{1}{20} \log \frac{4x-5}{4x+5} + c$
(B) $\frac{1}{30} \log \frac{4x-5}{4x+5} + c$
(C) $\frac{1}{40} \log \frac{4x-5}{4x+5} + c$
(D) इनमें से कोई नहीं

3031/ (Set : A)

(7) 3031/ (Set : A)

The value of $\int \frac{dx}{16x^2 - 25}$ is :

(A) $\frac{1}{20} \log \frac{4x-5}{4x+5} + c$

(B) $\frac{1}{30} \log \frac{4x-5}{4x+5} + c$

(C) $\frac{1}{40} \log \frac{4x-5}{4x+5} + c$

(D) None of these

(vii) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^9 x \, dx$ का मान है : 1

(A) 0 (B) 1

(C) $\frac{1}{2}$ (D) इनमें से कोई नहीं

The value of $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^9 x \, dx$ is :

(A) 0 (B) 1

(C) $\frac{1}{2}$ (D) None of these

(viii) अवकलन समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}} = 0$ की घात

है : 1

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) इनमें से कोई नहीं

3031/ (Set : A)

P. T. O.

(8) **3031/ (Set : A)**

The degree of the differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} = 0 \text{ is :}$$

- (A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) None of these

(ix) अवकलन समीकरण $\left(\frac{d^2s}{dt^2} \right)^2 + 3 \left(\frac{ds}{dt} \right)^3 + 4 = 0$ की कोटि है : 1

- (A) 2 (B) 1
(C) 3 (D) इनमें से कोई नहीं

The order of the differential equation

$$\left(\frac{d^2s}{dt^2} \right)^2 + 3 \left(\frac{ds}{dt} \right)^3 + 4 = 0 \text{ is :}$$

- (A) 2 (B) 1
(C) 3 (D) None of these

(x) $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j}$ का परिमाण है : 1

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$
(C) $\sqrt{5}$ (D) इनमें से कोई नहीं

The magnitude of $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j}$ is :

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$
(C) $\sqrt{5}$ (D) None of these

3031/ (Set : A)

(9) 3031/ (Set : A)

(xi) यदि $\vec{a} = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{k}$, तो $\vec{a} \cdot \vec{b}$ का मान है : 1

- (A) -3 (B) 3
(C) 9 (D) इनमें से कोई नहीं

If $\vec{a} = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{k}$, then $\vec{a} \cdot \vec{b}$ is :

- (A) -3 (B) 3
(C) 9 (D) None of these

(xii) यदि $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$, तो $\vec{a} \times \vec{b}$ का मान है : 1

- (A) $15\hat{i} - 10\hat{j} - \hat{k}$ (B) $15\hat{i} + 10\hat{j} - \hat{k}$
(C) $-15\hat{i} + 10\hat{j} - \hat{k}$ (D) इनमें से कोई नहीं

If $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$, then the value of $\vec{a} \times \vec{b}$ is :

- (A) $15\hat{i} - 10\hat{j} - \hat{k}$ (B) $15\hat{i} + 10\hat{j} - \hat{k}$
(C) $-15\hat{i} + 10\hat{j} - \hat{k}$ (D) None of these

(xiii) एक रेखा जिसके दिक्-अनुपात 6, -2, -3 हैं के दिक्-कोज्या हैं : 1

- (A) $\frac{6}{7}, \frac{2}{7}, \frac{-3}{7}$ (B) $\frac{6}{7}, \frac{-2}{7}, \frac{-3}{7}$
(C) $\frac{6}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}$ (D) इनमें से कोई नहीं

3031/ (Set : A)

P. T. O.

(10) **3031/ (Set : A)**

The direction cosines of the line whose direction ratios are 6, -2, -3 are :

(A) $\frac{6}{7}, \frac{2}{7}, \frac{-3}{7}$ (B) $\frac{6}{7}, \frac{-2}{7}, \frac{-3}{7}$

(C) $\frac{6}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}$ (D) None of these

(xiv) बिन्दु (2, -1, 4) से जाने वाली तथा $\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ की दिशा में रेखा का कार्तीय समीकरण है : 1

(A) $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-4}{-2}$

(B) $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+4}{-2}$

(C) $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{-2}$

(D) इनमें से कोई नहीं

The equation of line passes through the point (2, -1, 4) and in the direction of $\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ in Cartesian form is :

(A) $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-4}{-2}$

(B) $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+4}{-2}$

(C) $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{-2}$

(D) None of these

3031/ (Set : A)

(xv) रेखा-युग्म :

$$\vec{r} = \hat{i} - 4\hat{j} + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}); \vec{r} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k})$$

के बीच का कोण है : 1

- (A) 0° (B) 30°
(C) 60° (D) इनमें से कोई नहीं

The angle between the pair of line : $\vec{r} = \hat{i} - 4\hat{j} + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}); \vec{r} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k})$ is :

- (A) 0° (B) 30°
(C) 60° (D) None of these

(xvi) समतल $x + 2y - 3z + 4 = 0$ के अभिलम्ब रेखा के दिक्-अनुपात हैं : 1

- (A) 1, -2, 3 (B) 1, -2, -3
(C) 1, 2, -3 (D) इनमें से कोई नहीं

The direction ratios of a line normal to the plane $x + 2y - 3z + 4 = 0$ are :

- (A) 1, -2, 3 (B) 1, -2, -3
(C) 1, 2, -3 (D) None of these

खण्ड 'ब'

SECTION 'B'

2. दो धनात्मक संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 14 है तथा गुणनफल उच्चतम हो। 2

Determine two positive numbers whose sum is 14 and their product is maximum.

3. $\int \frac{dx}{1 - \sin x}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

Evaluate : $\int \frac{dx}{1 - \sin x}$.

4. $\int x \cos x dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

Evaluate : $\int x \cos x dx$

5. $\int_{-1}^1 \sin^5 x \cos^4 x dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

Evaluate : $\int_{-1}^1 \sin^5 x \cos^4 x dx$.

6. वक्र $y = x^2$, x -अक्ष एवं रेखाओं $x = 0$ और $x = 2$ से घिरे भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 2

Find the area between the curve $y = x^2$, x -axis and the lines $x = 0$ and $x = 2$.

7. वक्रों के कुल $y = Ae^{2x} + Be^{3x}$ का अवकलन समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

Find the differential equation of the family of curves : $y = Ae^{2x} + Be^{3x}$.

8. सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ की दिशा में इकाई सदिश ज्ञात कीजिए। 2

Find a unit vector in the direction of vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$.

3031/ (Set : A)

(13) **3031/ (Set : A)**

9. उस समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए, जो मूल बिन्दु से 7 मात्रक दूरी पर है और सदिश $3\hat{i} + 5\hat{j} - 6\hat{k}$ पर अभिलम्ब है। 2

Find the vector equation of a plane which is at a distance of 7 units from the origin and which is normal to the vector $3\hat{i} + 5\hat{j} - 6\hat{k}$.

10. निम्नलिखित रेखा तथा समतल के बीच का कोण ज्ञात कीजिए :

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{4}; 2x + y - 3z + 4 = 0 \quad 2$$

Find the angle between the following line and plane :

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{4}; 2x + y - 3z + 4 = 0.$$

11. समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (2, 3, 5) से गुजरता है और सदिश $2\hat{i} - \hat{j} + 6\hat{k}$ पर अभिलम्ब है। 2

Find the vector equation of the plane passing through the point (2, 3, 5) and perpendicular to the vector $2\hat{i} - \hat{j} + 6\hat{k}$.

खण्ड 'स'

SECTION 'C'

12. सिद्ध कीजिए कि अधिकतम पृष्ठ का आयत, जो r त्रिज्या के वृत्त के अन्तर्गत $\sqrt{2} r$ भुजा का वर्ग है। 4

Show that the rectangle of Maximum area, that can be inscribed in a circle of radius r is a square of side $\sqrt{2} r$.

3031/ (Set : A)

P. T. O.

13. $\int \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 4

Evaluate : $\int \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx$.

14. वक्र $y^2 = 4x$ एवं रेखा $x = 3$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 4

Find the area of the region bounded by the curve $y^2 = 4x$ and the line $x = 3$.

15. हल कीजिए : 4

$\left[x \cdot \sin^2\left(\frac{y}{x}\right) - y \right] dx + x dy = 0$ दिया है कि $y = \frac{\pi}{4}$ जबकि $x = 1$.

Solve $\left[x \cdot \sin^2\left(\frac{y}{x}\right) - y \right] dx + x dy = 0$ given that

$y = \frac{\pi}{4}$ when $x = 1$.

16. ग्राफीय विधि से निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :

अधिकतम $z = 4x + 9y$

निम्न अवरोधों के अन्तर्गत

$x + 5y \leq 200; 2x + 3y \leq 134, x \geq 0, y \geq 0$ 4

Solve graphically, the following linear programming problem :

Maximize $z = 4x + 9y$

Subject to the constraints

$x + 5y \leq 200; 2x + 3y \leq 134, x \geq 0, y \geq 0$.

खण्ड 'द'

SECTION 'D'

17. क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए : 6

$$\{(x, y) : 0 \leq y \leq x^2 + 1, 0 \leq y \leq x + 1, 0 \leq x \leq 2\}$$

Find the area of the region :

$$\{(x, y) : 0 \leq y \leq x^2 + 1, 0 \leq y \leq x + 1, 0 \leq x \leq 2\}.$$

18. सिद्ध कीजिए कि : 6

$$(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{b}) = 2(\vec{a} \times \vec{b})$$

तथा ज्यामिति द्वारा वर्णित कीजिए।

Prove that :

$$(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{b}) = 2(\vec{a} \times \vec{b})$$

and interpret it geometrically.

19. $\frac{x-5}{3} = \frac{y-7}{-16} = \frac{z-3}{7}$; $\frac{x-3}{3} = \frac{y+3}{8} = \frac{z-25}{-5}$ रेखाओं
के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 6

Find the shortest distance between the lines :

$$\frac{x-5}{3} = \frac{y-7}{-16} = \frac{z-3}{7}; \frac{x-3}{3} = \frac{y+3}{8} = \frac{z-25}{-5}.$$

अथवा

OR

बिन्दु $(7, 14, 5)$ से समतल $2x + 4y - z = 2$ पर लम्ब के पाद की लम्बाई तथा पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

Find the length and the co-ordinates of the foot of the perpendicular from the point $(7, 14, 5)$ to the plane $2x + 4y - z = 2$.

20. एक आहार विज्ञानी दो प्रकार के भोज्यों को इस प्रकार मिलाना चाहता है कि मिश्रण में विटामिन A का घटक कम से कम 8 मात्रक और विटामिन C का घटक कम से कम 10 मात्रक हो। भोज्य 'I' में 2 मात्रक विटामिन A प्रति किग्रा और 1 मात्रक विटामिन C प्रति किग्रा है। जबकि जबकि भोज्य 'II' में 1 मात्रक विटामिन A प्रति किग्रा और 2 मात्रक विटामिन C प्रति किग्रा है। दिया है कि प्रति किग्रा भोज्य 'I' को खरीदने में 50 रु० और प्रति किग्रा भोज्य 'II' को खरीदने में 70 रु० लगते हैं। इस प्रकार के भोज्य मिश्रण का न्यूनतम मूल्य ज्ञात कीजिए। उपरोक्त समस्या को सूत्रबद्ध कीजिए तथा इस L.P.P. को हल कीजिए।

6

A dietician wishes to mix two types of food in such a way that the vitamin contents of the mixture contain at least 8 units of vitamin A and 10 units of vitamin C. Food 'I' contains 2 units/kg of vitamin A and 1 unit/kg of vitamin C while Food 'II' contains 1 unit/kg of vitamin A and 2 units /kg of vitamin C. It costs Rs. 50 per kg to purchase food 'I' and Rs. 70 per kg to purchase food 'II'. Determine the minimum cost of such a mixture. Formulate the above problem and solve this L.P.P.

